Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences et Techniques
Tanger

2011 Semestre II
MIPC I-2 & I-4

Module P111

Electricité série 2

I/ On dispose aux sommets d'un triangle équilatéral de côté a, trois charges ponctuelles –e. Déterminer la force subie par une des charges.

2/ On place une charge +e au centre de gravité du triangle. Déterminer les forces subies par cette charge et par la charge située au sommet.

II/ Une distribution de charges de densité λ est uniformément répartie sur un arc de cercle de rayon a vu du centre sous un angle 2θ.

1/ Déterminer le champ électrostatique créé au centre et en déduire le champ pour $\theta = \pi$.

2/ Déterminer le champ créé par un anneau de rayon a et de même densité λ au point M de son axe de coordonné z, en déduire sa valeur au centre O.

III/ Déterminer le champ créé par une distribution de charges de densité σ uniformément répartie sur un disque de rayon a et d'épaisseur négligeable, en un point M de l'axe du disque de coordonné x.

IV/ Une distribution de charges de densité λ est uniformément répartie sur un segment de droite AB de longueur 2b. Déterminer le champ créé :

1/ En un point de la droite n'appartenant pas au segment

ETUSUP .com

2/ En un point quelconque distant de a du fil (cas particulier des point situés sur l'axe de symétrie)

3/En déduire le champ créé par un fil infini.

4/ Retrouver le résultat à l'aide du théorème de Gauss.

V/ Une surface sphérique S (sphère creuse) de rayon R porte une distribution de charge uniforme σ.

1/ Déterminer le champ et le potentiel à l'intérieur et à l'extérieur de la surface S.

2/La sphère est maintenant pleine de densité ρ.

VI/Sur un axe x'ox sont placées : une charge ponctuelle +2q au point O et une charge ponctuelle –q au point A d'abscisse $x = a$ ($a > 0$).

1/ Calculer directement le potentiel V(x) aux divers points de l'axe.

2/ Calculer directement le champ **E**(x) aux divers points de l'axe. Vérifier les résultats obtenus.

3/ Une charge ponctuelle q' peut se déplacer sur x'ox. Déterminer les positions d'équilibre. Discuter leur stabilité suivant le signe de q'.

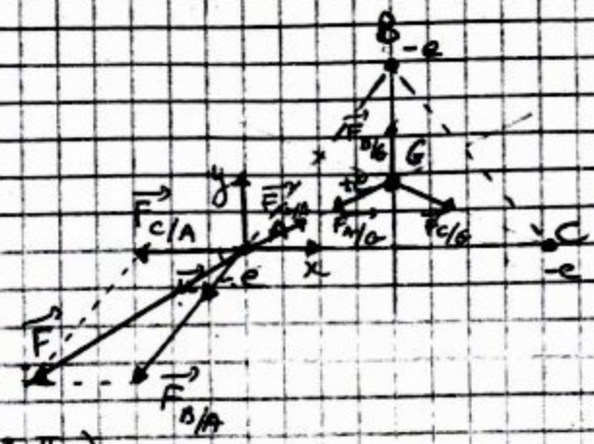
VII/ Un cylindre creux d'épaisseur négligeable, de rayon a et de longueur infinie porte une distribution de charges σ. Déterminer le champ et le potentiel en un point M intérieur et extérieur au cylindre.

Reprendre la question pour un cylindre plein de densité uniforme ρ.

ETUSUP .com

TD | Série 2

1) exercice 1 :



$$* \vec{F}_{C/A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{AC^2}(-\vec{i})$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{a^2}\vec{i}$$

$$* \vec{F}_{B/A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{a^2}\vec{u}$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\cos\frac{\pi}{3}\vec{i} - \sin\frac{\pi}{3}\vec{j}\right)$$

$$= \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right)$$

alors : $\vec{F} = \vec{F}_{C/A} + \vec{F}_{B/A}$

$$= \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\frac{3}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right)$$

$$= \frac{-\sqrt{3}e^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}\right)$$

2) $* \vec{F}_{A/G} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{AG^2}\vec{u}_A\left(-\cos\frac{\pi}{6}\vec{i} - \sin\frac{\pi}{6}\vec{j}\right)$

$$* \vec{F}_{B/G} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{BG^2}\vec{j}$$

$$* \vec{F}_{C/G} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{CG^2}\left(\cos\frac{\pi}{6}\vec{i} - \sin\frac{\pi}{6}\vec{j}\right)$$

$$\vec{F}_G = \frac{3e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(1 - 2\sin\frac{\pi}{6}\right)\vec{j} = 0$$

$$* \vec{F}_{G/A} = \vec{F} + \vec{F}_{G/A}$$

$$\vec{F}_{G/A} = \frac{3e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\cos\frac{\pi}{6}\vec{i} + \sin\frac{\pi}{6}\vec{j}\right)$$

$$\vec{F}_{G/A} = \frac{-\sqrt{3}e^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}e^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\left(3\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}e^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\left((3-\sqrt{3})\vec{i} + (-1+\sqrt{3})\vec{j}\right)$$

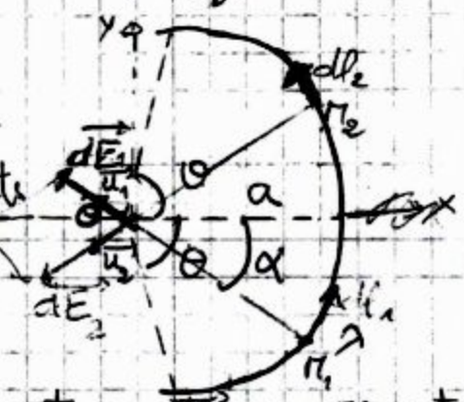
ETUSUP .com

$$\frac{\sqrt{3}\,e^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)\vec{i}+(\sqrt{3}-1)\vec{j}\right)$$

$$\frac{(3-\sqrt{3})e^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}\left(\sqrt{3}\vec{i}'+\vec{j}'\right)$$

$$F_{E/A} = \frac{(3-\sqrt{3})e^2}{8\pi\varepsilon_0 a^2}(3+1)^{1/2} = \frac{(3-\sqrt{3})e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

1) Exercice 2 :



Nous avons une distribution linéique nous la décomposons plusieurs éléments de charge dQ qui occupe un dl

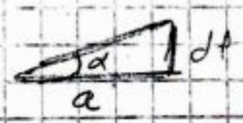
$$\vec{dE_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r_1^2}\vec{u_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{a^2}\vec{u_1}$$

pour un élément $\vec{dl_2}$ symétrique ~~ment~~ par $\vec{dl_2}$ par rapport $a(x)$

le champ élémentaire $\vec{dE_2}$ est symétrique par $\vec{dE_1}$ par rapport $a(x)$

La résultante de $\vec{dE_1}$ et $\vec{dE_2}$ est porté par (Ox) car, les composante de $\vec{dE_1}$ et $\vec{dE_2}$ est perpendiculaire à (Ox) s'annule deux à deux, mais les composantes suivant l'axe s'ajoute. $\vec{dE_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{a^2}\vec{u_2}$

Les composante perpendiculaire a (Ox) ne contribuent pas de la calcule de E



$$\vec{dE_x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{a^2}\cos\alpha\,\vec{e_x}$$

$\vec{E_x}$: est le champ totale crée par l'air le ~~cercle~~ cercle.

$$\vec{E_x} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{a^2}\cos\alpha\,\vec{e_x}$$

$$= \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda a\cos\alpha\, d\alpha}{a^2}\vec{e_x}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{-\theta}^{+\theta}\cos\alpha\, d\alpha\;\vec{e_x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[\sin\theta\right]_{-\theta}^{+\theta}\vec{e_x}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\sin\theta - \sin(-\theta)\right)\vec{e_x} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta\,\vec{e_x}$$

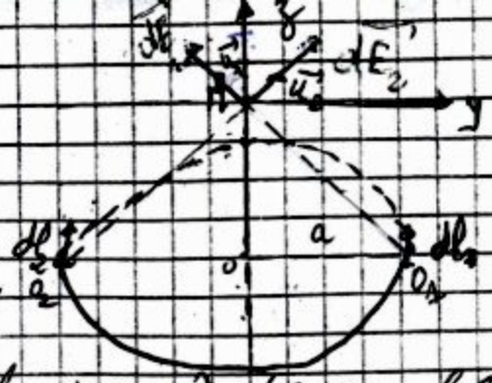
pour $\theta = \pi$

$$\vec{E}(0) = 0$$

ETUSUP .com

d) $\vec{dE_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{O_1M^2}\vec{u_1}$

$\vec{dE_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{O_2M^2}\vec{u_2}$



Les composantes $\perp$ (Oz) s'annulle 2 à 2 et les composantes suivant (Oz) s'ajoute. Le champ totale sera porté par (Oz)

$$\vec{E}(M) = \int dE\cos\alpha\,\vec{e_z} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{(a^2+z^2)}\cos\alpha\,\vec{e_z}$$

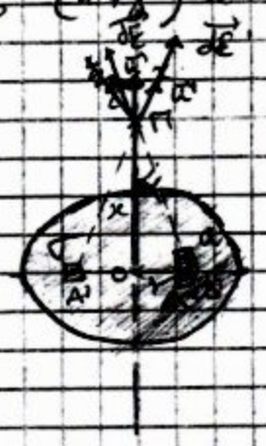
$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\alpha}{(a^2+z^2)}\int dl\,\vec{e_z}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\alpha}{(a^2+z^2)}\,l\,\vec{e_z}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}}2\pi a\,\vec{e_z} = \frac{\lambda a}{2\varepsilon_0}\frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}}\vec{e_z}$$

pour $z = 0 \Rightarrow \vec{E}(0) = 0$

Exercice 3:



$dQ = \sigma . dS$

$OA = r$

$$\vec{dE^E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma dS}{AM^2}\vec{u}$$

Le champ resultant sera porté par (Ox) puisqu'il y a que les composantes $\perp$ à (Ox) de $\vec{dE}$ et $\vec{dE'}$ s'annulle entre elle

$$\vec{dE^E}\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma dS\,x}{(x^2+r^2)^{3/2}}\vec{e_x}$$

$$\vec{E_t} = \iint dE\cos\alpha\,\vec{e_x} = \iint \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\,\sigma\, r\,dr\,d\varphi}{(x^2+r^2)^{3/2}}\vec{e_x}$$

$$\frac{\sigma x}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi} d\varphi\,\vec{e_x}$$

$$\frac{\sigma x}{2\varepsilon}\left[\frac{-1}{(x^2+r^2)^{1/2}}\right]_0^a\vec{e_x}$$

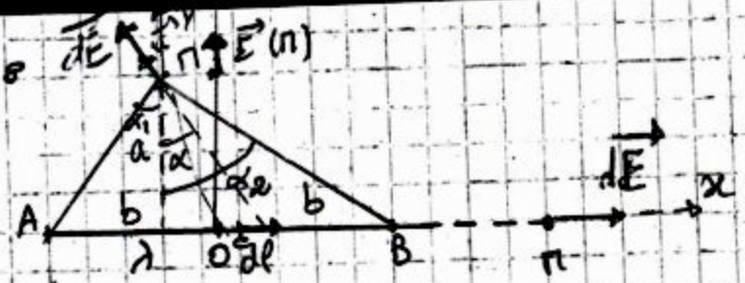
$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{-1}{(x^2+a^2)^{1/2}} + \frac{1}{x^2}\right)\vec{e_x}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}}\right)\vec{e_x}$$

ETUSUP .com

exercice 4 :

1)



$$\vec{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{CM^2}\vec{e_x}$$

$$\vec{OM} = x\vec{e_x}$$

$$\vec{OC} = l\vec{e_x}$$

$$\vec{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{(x-l)^2}\vec{e_x}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-b}^{b}\frac{dl}{(x-l)^2}\vec{e_x} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{x-l}\right]_{-b}^{b}\vec{e_x}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x-b} - \frac{1}{x+b}\right)\vec{e_x}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2b}{x^2-b^2}\vec{e_x}$$

2) $$\vec{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{CM^2}\vec{u}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{CM} \Rightarrow CM = \frac{a}{\cos\alpha}$$

$$\vec{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dl}{a^2}\cos^2\alpha\,\vec{u}$$

$$* \; tg\,\alpha = \frac{l}{a} \Rightarrow dl = a\,d(tg\,\alpha) = \frac{a}{\cos^2\alpha}d\alpha$$

$$\vec{dE} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a}{\cos^2\alpha}\frac{d\alpha\cos^2\alpha}{a^2}\vec{u} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\alpha}{a}\vec{u}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(-\sin\alpha\,\vec{e_x} + \cos\alpha\,\vec{e_y}\right)d\alpha$$

$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\left(\cos\alpha\,\vec{e_y} - \sin\alpha\,\vec{e_x}\right)d\alpha$$

$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[\sin\alpha\,\vec{e_y} + \cos\alpha\,\vec{e_x}\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\sin\alpha_2\,\vec{e_y} + \cos\alpha_2\,\vec{e_x} - \sin\alpha_1\,\vec{e_y} - \cos\alpha_1\,\vec{e_x}\right)$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon a}\left[\left(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1\right)\vec{e_y} + \left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right)\vec{e_x}\right]$$

ETUSUP .com

Lorsque le M se trouve au milieu, α_1 sera $-\theta$ et α_2 sera $+\theta$

$\Leftrightarrow |\alpha| = |\alpha_2|$

$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \sin\theta \, \vec{e_y}$$

3) pour un fil infini $\alpha_2 \to \frac{\pi}{2}$ et $\alpha_1 \to -\frac{\pi}{2}$

donc : $\vec{E}_\infty(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \vec{e_y}$

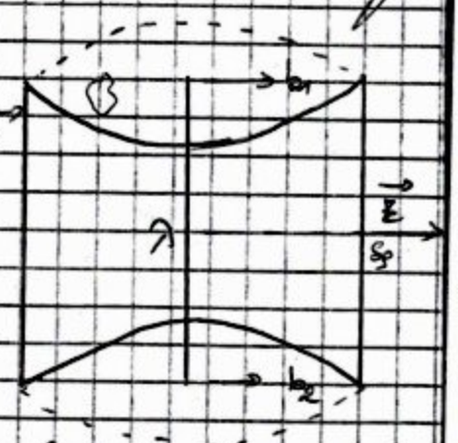
$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \frac{b}{(b^2+a^2)^{1/2}} \vec{e_y}$$

4) Pour appliquer le th de Gauss il faut calculer le flux à travers une surface S, puisque la direction et le sens de $\vec{E}$ ne change pas au points M et l'intensité de $\vec{E}$ ne dépend que de a.

- Sur la surface de cylindre comme le champ ne dépend que de a, Alors on H pt. M appartenant à un cylindre d'axe le fil chargé par λ, et de rayon a. le champ $\vec{E}$ est un rayon donc la surface de Gauss sera un cylindre de rayon a.

$$\phi = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{Q_t}{\varepsilon_0}$$

Q_t est les charges totales qui existent à l'interieure de la surface de Gauss.



$$\iint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot \vec{dS} + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot \vec{dS} + \iint_{S_p} \vec{E} \cdot \vec{dS}$$

$$= \iint E \vec{e_r} \cdot dS_z (-\vec{e_z}) + \iint E \vec{e_r} \cdot dS_z \vec{e_z}$$

$$+ \iint E \vec{e_r} \cdot dS \vec{e_r}$$

$$\phi = \iint_S E \cdot dS_r$$

$\vec{E}$ reste cte sur la surface latérale de cylindre.

$$\phi = \iint_{S_p} E \, dS_r = E \iint dS_r = E \iint r \, d\varphi \, dz$$

$$= E a \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^h dz = 2\pi h E a$$

$$\phi = 2\pi a h E = \frac{1}{\varepsilon_0} \int dq = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \lambda \, dl = \frac{1}{\varepsilon_0} \int dl = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

ETUSUP .com

$2\pi a h / E = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$

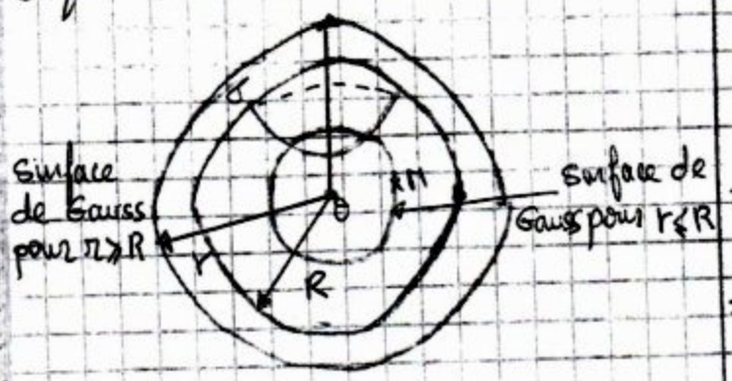
Alors : $E = \frac{\lambda}{2\pi a \varepsilon_0} \vec{e_r}$

Le choix de la surface de Gauss doit être fait de façon que l'intensité de champ $\vec{E}$ reste cte sur cette surface.

Exercice V :

Le calcule de $\vec{E}$ par la méthode classique on importe qu'elle point M de l'espace est très difficil.

Il faut utiliser le th de Gauss.



$\vec{E} = \frac{\lambda a}{2\varepsilon_0} \frac{z}{(z^2+a^2)^{3/2}} \vec{e_z}$

Si la sphère est un esemblage de plusieurs anneux. le champ total crée au point M et porté par l'axe de la sphère.

- Quand le point M chang de position et puisque le point M coincide tjr un rayon de la sphère la distribution sphérique de charge reste identique Il même dans la rotation autour M. Le champ crée au point M est donc invariable et puisque σ est uniforme. donc le champ E est radiale. Il ne depend que de q et la surface de Gauss ne peut être comme sphère de centre O et de rayon r.

$r \leq R$.

$\iint_{S_1} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \iint \vec{E} \cdot \vec{e_r} \, ds \, \vec{e_r}$

$= \iint E \cdot r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

$= E r^2 \iint \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = E r^2 \int \sin\theta \, d\theta \int d\varphi$

$= E r^2 \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$

$= E r^2 \, 2\pi \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} = E r^2 \, 2\pi (1+1)$

$= 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0} = 0$

d'où $E = 0$

$E = -\vec{grad}\, V = 0 \Rightarrow V = cte$

champ extérieur :

$\iint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q_t}{\varepsilon_0} \Rightarrow \iint E \vec{e_r} \, ds \, \vec{e_r} = \iint E_\rho \, ds$

$= E_\rho \iint dS = E \, 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \iint dq$

$= \frac{1}{\varepsilon_0} \iint \sigma \, ds$

$E_\rho \, 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \sigma \, 4\pi R^2$

$E_\rho = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} \vec{e_r}$

$\vec{E_\rho} = -\vec{grad}\, V \Rightarrow E \vec{e_r} = -\frac{\partial V_e}{\partial r} \vec{e_r} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$

$V_e = -\int \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} dr$

$\Rightarrow V_e = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r} + cte$

à l'infinie $V_e = 0 \Rightarrow cte = 0$

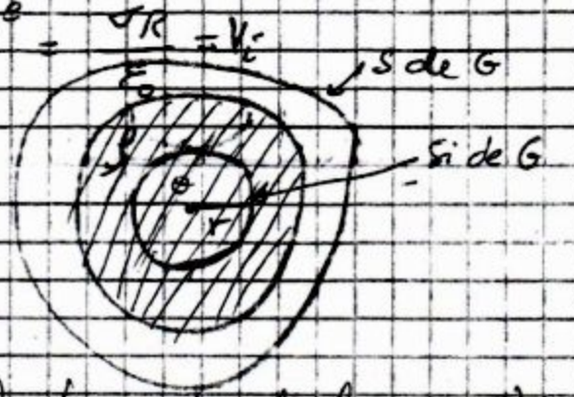
$$\boxed{V_e = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r}}$$

ETUSUP .com

Pour $r = R$, $V_e = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0}$

La condition de continuité au passage de la surface chargé ne permet d'écrire $V_i(r=R) = V_e(r=R)$

$$cte = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} = V_i$$



Si le champ est radial pour une sphère creuse et si on considérons une sphère est un esemblage de plusieurs sphère l'un sur l'autre

$$\iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} Qt \Rightarrow \iint_S \varepsilon_0 \cdot ds$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint \rho \cdot dv$$

$$E \iint dS = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \iiint dv$$

$$E \iint r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \iiint r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\varphi$$

$$E r^2 \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \int_0^{r} r^2 dr \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$\Rightarrow 4\pi E r^2 = \frac{\rho}{\varepsilon_0} 4\pi \left[\frac{r^2}{3}\right]_0^r = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \frac{r^3}{3}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} \vec{e_r} = \frac{\rho \vec{r}}{3\varepsilon_0}$$

$$\vec{E_i} = -\overrightarrow{grad}\, V_i$$

$$E \, dr = -dV_i$$

$$V_i = -\int \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} dr$$

$$V = \frac{-\rho r}{6\varepsilon_0} + cte$$

$$E \iint r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi =$$

$$\frac{\rho}{\varepsilon_0} \int r^2 dr \int \sin\theta \, d\theta \int d\varphi$$

$$\Rightarrow E r^2 \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \left[\frac{r^3}{3}\right]_0^R 4\pi$$

$$E r^2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} R^3 \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} \vec{e_r}$$

$$V = -\int \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r} + cte$$

$$V_e(\infty) \to 0 \Rightarrow cte = 0$$

$$V_e = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}$$

$$V_e(r=R) = V_i(r=R)$$

$$\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} = \frac{\rho R^2}{\sigma \varepsilon_0} + cte$$

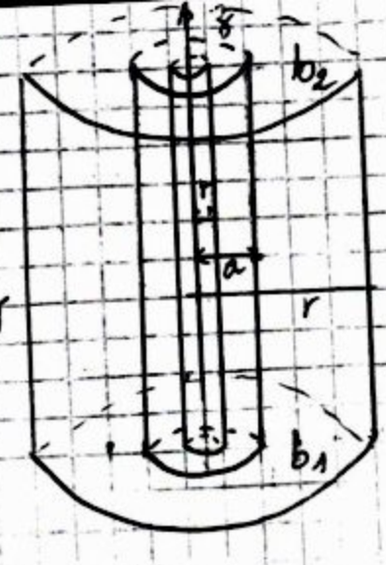
$$\Rightarrow cte = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}$$

$$V_i = \frac{-\rho r^2}{6\varepsilon_0} + \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}$$

$$= \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right)$$

ETUSUP .com

exercice VII :



La surface de Gauss choisie est un cylindre à cause de la symétrie cylindrique de la de charge Σ

le champ $\vec{E}$ est radial, et ne dépend que de r. $r \geq a$

$$S_f = S_\ell + S_{b_1} + S_{b_2}$$

$$\phi = \iint_{S\ell} \vec{E}\, d\vec{S_\ell} + \iint_{S_{b_1}} \vec{E}\, d\vec{S_{b_1}} + \iint_{S_{b_2}} \vec{E}\, d\vec{S_{b_2}}$$

$$= \iint_{S\ell} \vec{E} \cdot n\, d\varphi\, dz\, \vec{e_r} + \iint_{S_{b_1}} \underbrace{\vec{E}\, n\, dr}_{0}\, d\varphi(-\vec{e_z}) + \iint_{S_{b_2}} \underbrace{\vec{E}\, r\, dr\, d\varphi\, \vec{e_z}}_{0}$$

$$\vec{E} = E \cdot \vec{e_r}$$

$$\phi = \iint_{S\ell} E \cdot n\, d\varphi\, dz = E \iint_{S\ell} n\, d\varphi\, dz$$

$$= E \iint_{S\ell} n\, d\varphi\, dz = \frac{1}{\varepsilon_0} \iint_{\Omega} \sigma\, dS$$

$$\Rightarrow E\, n \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^h dz = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \iint a\, d\varphi\, dz$$

$$\Rightarrow E r\, 2\pi h = \frac{\sigma a}{\varepsilon_0} 2\pi h$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma a}{\varepsilon_0 r} \vec{e_r}$$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V \Rightarrow V = -\int E \cdot dr$$

$$\begin{array}{c|c} E_r & E \\ E_\theta & 0 \\ E_\varphi & 0 \end{array} = \left| \frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow V = -\int \frac{\sigma a}{\varepsilon_0 r} dr = \frac{\sigma a}{\varepsilon_0} \ln \frac{1}{r} + cte \right.$$

$$\boxed{V_\ell = \frac{\sigma a}{\varepsilon_0} \ln \frac{1}{r} + cte}$$

$$V_\ell(r=a) = V_i(r=a) = 0$$

$$\frac{\sigma a}{\varepsilon_0} \ln \frac{1}{a} + cte = 0$$

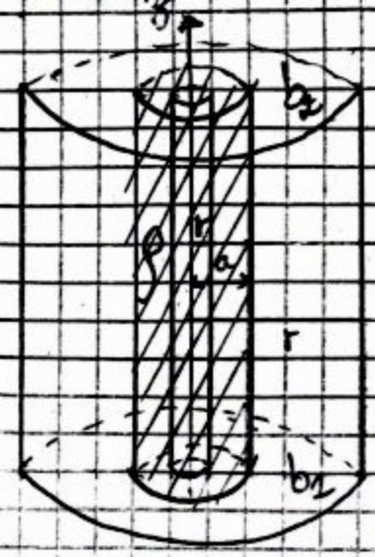
$$E r \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^h dz = 2\pi h\, E r = 0$$

$$E = 0 ; \; V = cte$$

$$V(0) = 0 ; \; cte = -\frac{\sigma a}{\varepsilon_0} \ln \frac{1}{a} ; \; \boxed{V_\ell = \frac{\sigma a}{\varepsilon_0} \ln a}$$

ETUSUP .com

$r \leq a$



$$\iint_{S} \vec{E}\, d\vec{S} = \iint E\, r\, d\varphi\, dz = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint \rho\, dV$$

$$E r 2\pi h = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \iiint r\, dr\, d\varphi\, dz$$

$$= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \int r\, dr \iint d\varphi\, dz$$

$$E r = \frac{\rho r^2}{2\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\vec{r}$$

$$\Rightarrow V = -\int \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\, dr$$

$$V = \frac{-\rho r^2}{4\pi\varepsilon_0} + cte \Rightarrow cte = 0 \text{ car } V(0) = 0$$

$$\boxed{V_i = \frac{-\rho r^2}{4\pi\varepsilon_0}}$$

$r \geq a$:

$$E r 2\pi h = 2\pi h \frac{\rho}{\varepsilon_0} \int_0^a r\, dr$$

$$E r = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} a^2 \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \frac{a^2}{r^2}\vec{r}$$

$$V = -\int \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0 r}\, dr = \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0} \ln \frac{1}{r} + cte$$

$$V_e(r = a) = V_i(r = a) = \frac{-\rho a^2}{4\varepsilon_0}$$

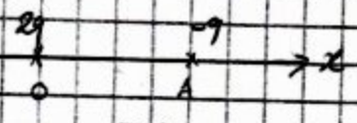
$$\frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0} \ln \frac{1}{a} + cte = \frac{-\rho a^2}{4\varepsilon_0}$$

$$cte = \frac{-\rho a^2}{4\varepsilon_0}\left(1 + 2\ln \frac{1}{a}\right)$$

$$V_e = \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}\left(\ln \frac{1}{r} - \frac{1}{2} - \ln \frac{1}{a}\right) = \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}\left(\ln \frac{a}{r} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\cancel{V_i = \frac{-\rho r^2}{}}$$

ex VI :



- au $]-\infty, O[$: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2q}{-x} + \frac{-q}{a-x}\right] \Rightarrow$ (1)
- au $]O, A[$: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2q}{x} - \frac{q}{a-x}\right] \Rightarrow$ (2)
- au $]A, +\infty[$: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2q}{x} - \frac{q}{x-a}\right] \Rightarrow$ (3)

ETUSUP .com

2) (1) $\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2q}{x^2}(-\vec{i}) + \frac{q}{(a-x)^2}\vec{i}\right)$

$\Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{2}{x^2} + \frac{1}{(a-x)^2}\right)\vec{i}$

(2) $\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2q}{x^2}\vec{i} + \frac{q}{(a-x)^2}\vec{i}\right)$

$\Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{x^2} + \frac{1}{(a-x^2)}\right)\vec{i}$

(3) $\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2q}{x^2}\vec{i} + \frac{q}{(x-a)^2}(-\vec{i})\right)$

$\Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{x^2} - \frac{1}{(x-a)^2}\right)\vec{i}$

$\Delta\ \vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V \Rightarrow \vec{E} = \frac{-\partial V}{\partial x}\vec{i}$

3) Nous allons étudier l'éq de la charge q' dans les trois intervalles.

- Si $q' \in]-\infty, 0[$ $\sum \vec{F} = 0$

$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{F} \simeq \vec{F} = 0$

$\vec{F} = q'\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$

$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(a-x)^2} - \frac{2}{x^2}\right)\vec{i} = 0$

$\frac{1}{(a-x)^2} - \frac{2}{x^2} \Rightarrow x^2 = 2a^2 + 2x^2 - 4ax$

$x^2 - 4ax + 2a^2 = 0$

$\Delta' = 4a^2 - 2a^2 = 2a$

$x_1 = 2a + a\sqrt{2} = (2+\sqrt{2})a \simeq 3{,}414a$

$x_2 = 2a - a\sqrt{2} = (2-\sqrt{2})a \simeq 0{,}6a$

Les 2 solutions n'appartient pas à l'intervalle $]-\infty, 0[$ donc dans cette intervalle il n'y a aucun position d'éq

$]0, a[\Rightarrow \vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{-1}{(a-x)^2}$

$2a^2 - 4ax + 2x^2 = -x^2 \Rightarrow 3x^2 - 4ax + 2a^2 = 0$;

ETUSUP .com

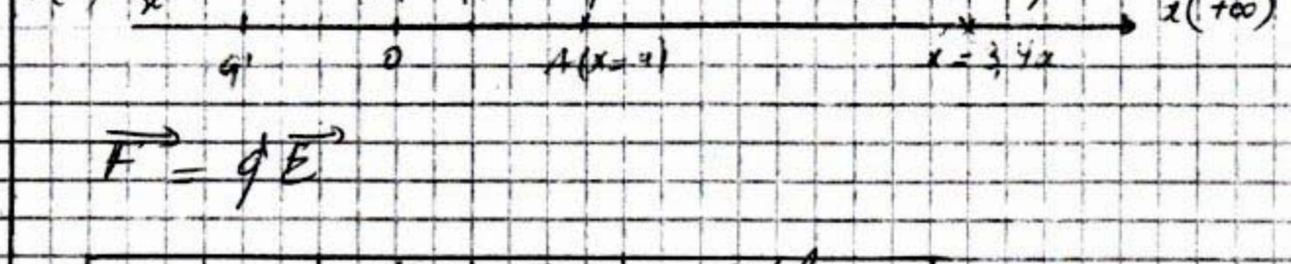
$\Rightarrow$ Pas de sol^n dans $\mathbb{R}$, donc pas de position d'éq dans $]0, A[$

- $]A, +\infty[\Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{1}{(x-a)^2}$

$\Rightarrow x_1 = 3{,}4a$ et $x_2 = 0{,}6a$

L'Autre sol^n n'appartient pas à un autre intervalle.

- Nous avons au total 3 positions d'éq $+\infty$ et $-\infty$ et x_1



$\vec{F} = q\vec{E}$

$x \mapsto -\infty$	$E<0$	$q'>0$	$F<0$	stable
		$q'<0$	$F>0$	instable
$x \to 3{,}4a^-$	$E<0$	$q'>0$	$F<0$	instable
		$q'<0$	$F>0$	stable
$x \mapsto 3{,}4a^+$	$E>0$	$q'>0$	$F<0$	instable
		$q'<0$	$F>0$	stable
$x \mapsto +\infty$	$E>0$	$q'>0$	$F<0$	stable
		$q'<0$	$F>0$	instable

ETUSUP .com

ETUSUP.com

Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Exercices
Livres
Contrôles Continus
Langues
MTU
Mécanique
Thermodynamique
Divers
Multimedia
Economie
Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..